

ÉCOULEMENT TURBULENT EN CONDUITE ANNULAIRE AVEC ASPIRATION AUX PAROIS

M. P. CHAUVE et R. DUMAS

Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence, Laboratoire Associé au C.N.R.S.,
12 avenue du Général Leclerc, 13003 Marseille, France

(reçu le 1 décembre 1976)

Résumé—L'influence de l'aspiration sur un écoulement turbulent en conduite cylindrique de section annulaire est étudiée expérimentalement. On présente les évolutions des profils de vitesse moyenne longitudinale et des coefficients de frottement aux parois. La "pseudovitesse" est représentée correctement par une expression due à Simpson *et al.* Les écoulements de paroi, relatifs au petit tube et au grand tube, peuvent être considérés comme étant pratiquement indépendants l'un de l'autre pour les taux d'aspiration utilisés. Une relation empirique donnant, en fonction du rapport des rayons, la position du maximum de vitesse moyenne, en l'absence d'aspiration, est proposée.

NOTATIONS

- A , taux global d'aspiration rapporté à la vitesse de débit dans la section de mesure,
 $A = \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2$, $A_i = \frac{V_i}{\bar{u}_A}$;
- V_i , vitesse d'aspiration à une paroi ;
 \bar{A} , taux global d'aspiration rapporté à la vitesse de débit en l'absence d'aspiration,
 $\bar{A} = \alpha_1 \bar{A}_1 + \alpha_2 \bar{A}_2$, $\bar{A}_i = \frac{V_i}{\bar{u}_0}$;
- C_f , coefficient de frottement,
 $C_f = \mu(\partial \bar{U} / \partial r) / \frac{1}{2} \rho \bar{u}^2$;
- $\bar{R}e$, nombre de Reynolds, $\bar{R}e = \frac{2(R_2 - R_1)\bar{u}_0}{\nu}$;
- \hat{r} , rapport des rayons, $\hat{r} = (R_1/R_2)$;
 \bar{u}, \bar{v} , vitesses moyennes dans les directions Ox, Or ;
- \bar{u} , vitesse moyenne de débit, $\bar{u} = \frac{1}{S} \int_{(s)} \bar{u} \, ds$;
- u_τ , vitesse de frottement, $u_\tau = \left(\frac{\tau}{\rho}\right)^{1/2}$;
- u^+ , $u^+ = (u/u_\tau)$;
 y^+ , $y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}$;
- τ , contrainte de frottement à la paroi.
- Indices**
- 1, 2, relatifs au petit tube, au grand tube ;
0, relatif à un taux d'aspiration nul ;
A, relatif à un taux d'aspiration *A* ou \bar{A} ;
m, relatif au maximum de vitesse moyenne ;
i, désigne 1 ou 2.

1. INTRODUCTION

LES EFFETS d'un transfert de masse aux parois par aspiration sur les écoulements turbulents de couche limite et dans les conduites cylindriques de section circulaire, ont été étudiés depuis de nombreuses années.

Les premières expériences, faites en conduite cylindrique, ont montré que l'aspiration à la paroi réduisait l'intensité de turbulence. Par la suite, les résultats obtenus à l'I.M.S.T. [1] ont mis en évidence que cette réduction était due à une diminution de la production de turbulence. Corrélativement, les transferts par la turbulence de quantité de mouvement ou d'un contaminant passif tel que la chaleur, sont diminués par l'aspiration [2, 3]. Toutefois, le frottement à la paroi augmente du fait de la déviation de quantité de mouvement vers celle-ci [4]. De nombreuses expressions analytiques ont été proposées pour représenter les profils de vitesse moyenne dans le cas de l'aspiration à la paroi. Dans la zone inertielle de l'écoulement, on retrouve, en général, la loi logarithmique classique en introduisant une "pseudovitesse" dont la définition est rappelée au paragraphe 5(iii). On peut se reporter, à ce sujet, aux travaux effectués à l'université de Stanford [5], et à l'I.M.S.T. [2].

Le cas de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique de section annulaire avec aspiration aux parois n'a pas, à notre connaissance, fait l'objet de travaux publiés. Aussi, une étude expérimentale a-t-elle été entreprise. Les résultats présentés ci-après concernent les profils de vitesse moyenne et les coefficients de frottement, relatifs aux parois du grand tube et du petit tube.

D'autre part, on sait que la dissymétrie du profil de vitesse moyenne en conduites annulaires, est liée à des problèmes fondamentaux concernant les tensions de Reynolds [6]. Il a donc paru utile de donner une relation empirique décrivant l'évolution de la position du maximum de vitesse moyenne en fonction du rapport des rayons, en l'absence d'aspiration.

2. CONDITIONS EXPERIMENTALES

Une maquette, constituée d'une conduite cylindrique de section annulaire, a été montée en sortie d'une soufflerie tubulaire. La longueur de la tubulure circulaire (8 m) est suffisante pour que l'écoulement turbu-

lent soit pratiquement développé à la section d'entrée de la maquette annulaire. Les deux tubes concentriques sont étanches en amont sur une longueur de 2,698 m, et poreux en aval sur une longueur de 0,495 m. Le rapport des rayons est $\hat{r} = 0,6$, et l'entrefer mesure 0,05 m. L'étude expérimentale a été effectuée dans une section droite située à 8 entrefers du début d'aspiration. Le nombre de Reynolds de l'écoulement, en amont des tubes poreux ($\bar{Re} \approx 57\,000$) est maintenu constant. La vitesse moyenne de débit correspondante est $\bar{u}_0 = 8,5 \text{ m s}^{-1}$, et la vitesse maximale $u_{m.0} = 9,6 \text{ m s}^{-1}$.

Le taux d'aspiration \bar{A}_i , relatif à un tube, est défini par le rapport de la vitesse d'aspiration à travers une paroi sur la vitesse de débit $\bar{A}_i = (V_i/\bar{u}_0)$. Les valeurs choisies pour les taux \bar{A}_i sont comprises entre 0 et $50 \cdot 10^{-4}$. On peut considérer que la valeur $50 \cdot 10^{-4}$ correspond à un taux d'aspiration très fort, puisqu'elle est de l'ordre du coefficient de frottement déterminé à partir de la relation de Blasius dans le cas des tubes étanches [4].

Les taux (\bar{A}_i) relatifs à chaque paroi ont été réglés suivant deux modes (Section 3): l'un appelé "aspiration symétrique" tel que, pour une quantité totale d'air aspiré variable, les vitesses d'aspiration relatives à chaque paroi demeurent égales entre elles; l'autre appelé "aspiration dissymétrique" tel que, pour une quantité totale d'air aspiré constante, les vitesses d'aspiration à travers les parois du petit tube et du grand tube varient l'une par rapport à l'autre.

3. EQUATIONS DU MOUVEMENT

On considère que l'écoulement turbulent est stationnaire, axisymétrique et sans rotation en moyenne. L'aspiration aux parois est supposée uniforme. On choisit un système de coordonnées cylindriques dont l'origine est située sur l'axe de la maquette, à l'entrée de la partie poreuse. Dans ces conditions, si l'on effectue une moyenne temporelle sur les équations relatives aux grandeurs instantanées, décomposées en parties moyenne et fluctuante, on obtient:

Pour la conservation de la masse,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\bar{v}) = 0. \quad (1)$$

Pour la quantité de mouvement en projection sur l'axe Ox ,

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \overline{u'^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \overline{ru'v'}. \quad (2)$$

On intègre les équations (1) et (2) dans une section droite de la conduite annulaire entre R_1 et R_2 . En introduisant les vitesses de débit, en négligeant le terme $\partial \overline{u'^2} / \partial x$ devant $\partial \bar{u}^2 / \partial x$, et en admettant, comme cela a été vérifié dans un conduit de section circulaire [11], que $\partial \bar{u}^2 / \partial x \neq \partial \bar{u}^2 / \partial x$, on trouve à partir des équations

de la masse et de la quantité de mouvement:

$$\frac{\bar{u}_0}{\bar{u}_A} - 1 = 2AX \quad \text{avec} \quad X = \frac{x}{R_2 - R_1} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2} \rho \bar{u}_A^2} \left(\frac{\partial P}{\partial X} \right)_A = 8A - 2Cf_A \quad (4)$$

où A et Cf_A (quantités globales) sont définies par les relations suivantes:

$$A = \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 \quad (5)$$

$$Cf_A = \alpha_1 Cf_{A1} + \alpha_2 Cf_{A2}. \quad (6)$$

Dans le cas sans aspiration, on a:

$$\frac{1}{\frac{1}{2} \rho \bar{u}_0^2} \left(\frac{\partial P}{\partial X} \right)_0 = -2Cf_0 \quad (7)$$

avec

$$Cf_0 = \alpha_1 Cf_{01} + \alpha_2 Cf_{02}. \quad (8)$$

L'indice 1 est relatif au petit tube, et l'indice 2 au grand tube; α_1 et α_2 sont des paramètres géométriques qui correspondent aux surfaces d'aspiration:

$$\alpha_1 = \frac{S_1}{S_T} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}; \quad \alpha_2 = \frac{S_2}{S_T} = \frac{R_2}{R_1 + R_2};$$

$$S_T = S_1 + S_2; \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1.$$

Les deux conditions $A = A_1 = A_2$, et $A = \text{cte.}$ avec A_1 et A_2 variables, correspondent respectivement aux modes d'aspiration symétrique et dissymétrique précités (Section 2). Les équations (3) et (4) sont également celles que l'on obtiendrait, avec les mêmes hypothèses, dans le cas d'un écoulement en conduite poreuse de section circulaire ayant un rayon $R = R_2 - R_1$ [7].

4. METHODES DE MESURES

Les gradients de pression statique et les vitesses moyennes ont été déterminés à partir de mesures classiques de pression. Toutefois, au voisinage de la paroi, en particulier dans la sous-couche visqueuse, les vitesses moyennes ont été mesurées au fil chaud avec suffisamment de précision pour que les coefficients de frottement à la paroi puissent être déterminés directement à partir de la pente des profils 5(iii). Pour effectuer ces mesures, un anémomètre fonctionnant à résistance constante a été utilisé. On sait que la validité des résultats est essentiellement liée aux corrections des effets de proximité de paroi. A cet égard, une nouvelle technique de mesure a été mise au point [8]. Cette technique a été testée expérimentalement dans une conduite cylindrique à paroi poreuse de section circulaire, en comparant les valeurs des coefficients de frottement déduites des mesures par fil chaud, aux valeurs qui avaient été obtenues à partir de la méthode intégrale de Karman. Les deux méthodes de mesure ont donné des résultats voisins à mieux que 5%, que ce soit avec ou sans aspiration. Notons que le repérage initial du positionnement des sondes est précis à 0,01 mm près.

5. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Ils ont été obtenus dans les cas des tubes étanches ainsi que pour les deux modes d'aspiration déjà mentionnés; toutefois, les résultats présentés ci-après concernent principalement le cas du mode symétrique.

(i) Coefficient de frottement

Aspiration symétrique. L'équation (4) montre qu'à partir de la détermination des gradients longitudinaux de pression statique, on peut calculer les valeurs des coefficients de frottement globaux. Les résultats sont présentés sur la Fig. 1. Nous observons une évolution pratiquement linéaire des coefficients de frottement sous l'effet de l'aspiration, les points expérimentaux se regroupant autour de la droite

$$(Cf_A/Cf_0) \approx 1 + 0,26(2\bar{A}/Cf_0).$$

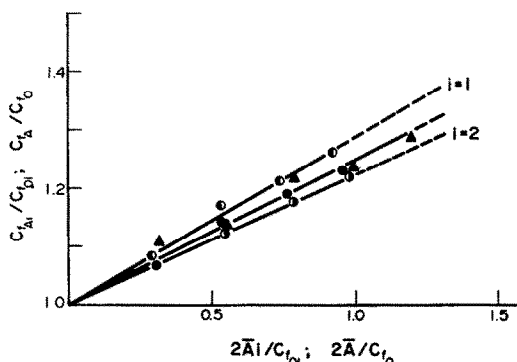


FIG. 1. Coefficients de frottement, aspiration symétrique. ○, $i = 1$; ●, $i = 2$; ●, global; ▲, global par mesure de pression.

En l'absence d'aspiration, le coefficient de frottement global Cf_0 a une valeur qui correspond pratiquement, dans le cas de ces expériences, à la relation classique de Blasius, valable pour une conduite de section circulaire dont le rayon serait égal à l'entrefer, la vitesse de débit de l'écoulement étant inchangée [9].

Par ailleurs, les mesures effectuées avec des fils chauds ont permis de déterminer séparément les évolutions des coefficients de frottement relatifs aux petit et grand tubes, sous l'effet de l'aspiration. Les résultats expérimentaux (Fig. 1) se regroupent alors sur deux droites différentes, d'équations respectives:

$$(Cf_{A1}/Cf_{01}) \approx 1 + 0,29(2\bar{A}_1/Cf_{01})$$

$$\text{et } (Cf_{A2}/Cf_{02}) \approx 1 + 0,23(2\bar{A}_2/Cf_{02}).$$

A partir de ces deux dernières relations, on peut déduire l'évolution relative des coefficients de frottement globaux, sous l'effet de l'aspiration. On constate alors, sur la Fig. 1, qu'on obtient un bon recouvrement entre les résultats expérimentaux déduits des mesures de pression d'une part, et des mesures par fil chaud relatives à chaque paroi, d'autre part.

Aspiration dissymétrique. Le coefficient de frottement global reste pratiquement constant pour les différentes valeurs des vitesses d'aspiration appliquées aux parois, excepté le cas où le taux d'aspiration sur le petit tube est très fort ($\bar{A}_1 = 50 \cdot 10^{-4}$). Comme précédemment, nous avons déterminé séparément, à partir des mesures effectuées par fil chaud, les évolutions relatives des coefficients de frottement sur chaque paroi de la maquette annulaire. Ces évolutions (Fig. 2) sont voisines de celles déterminées pour des aspiration symétriques.

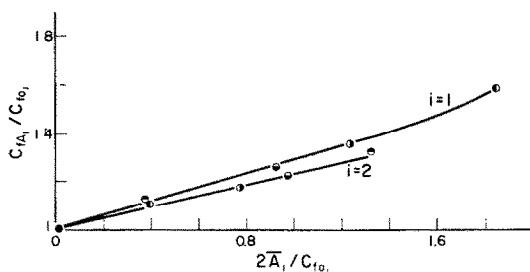


FIG. 2. Coefficients de frottement, aspiration dissymétrique. ○, $\bar{A}_1 = 25 \cdot 10^{-4}$; $\bar{A}_2 = 25 \cdot 10^{-4}$; ●, $\bar{A}_1 = 33,6 \cdot 10^{-4}$; $\bar{A}_2 = 19,9 \cdot 10^{-4}$; ○, $\bar{A}_1 = 10 \cdot 10^{-4}$; $\bar{A}_2 = 34 \cdot 10^{-4}$; ●, $\bar{A}_1 = 50 \cdot 10^{-4}$; $\bar{A}_2 = 10 \cdot 10^{-4}$.

Ainsi, dans les cas étudiés, les coefficients de frottement relatifs à l'une des parois évoluent indépendamment du taux d'aspiration appliqué sur la paroi opposée.

(ii) Coefficients de perte de charge

En introduisant les coefficients de perte de charge $\lambda_0 = -(4/\rho\bar{u}_0^2)(\partial P/\partial X)$ et $\lambda_A = -(4/\rho\bar{u}_A^2)(\partial P/\partial X)_A$, l'équation (4) s'écrit:

$$\frac{\lambda_0 - \lambda_A}{4} = 4A - (Cf_A - Cf_0). \quad (9)$$

Les coefficients de perte de charge sont présentés sur la Fig. 3, en fonction du taux local d'aspiration A . On a rappelé également, sur cette figure, les résultats

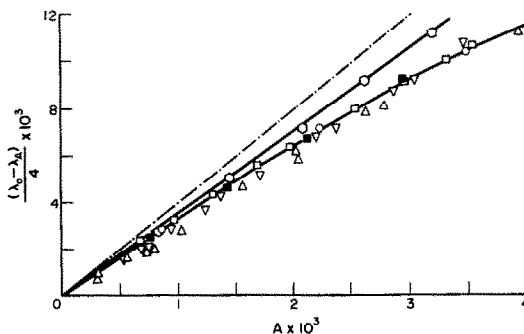


FIG. 3. Coefficients de perte de charge, conduites cylindriques de section circulaire et annulaire. Weissberg (31 000 $\leq Re \leq 82 000$): ▽ $x/R = 142$, $\Delta x/R = 189,4$. I.M.S.T. (186 630 $\leq Re \leq 140 000$): □ Aureille; ■ Elena; ○ Verdier [10]; ———— $4A$; ◇ annulaire.

relatifs aux conduites cylindriques de section circulaire; Verdier [10] a montré que, dans ce cas, les résultats expérimentaux obtenus par divers auteurs, paraissent se regrouper autour d'une même courbe, indépendamment de la distance x considérée ($10 \leq x/R \leq 189$). On note que l'écart des valeurs de $(\lambda_0 - \lambda_A)/4$ avec la droite $4A$, est moins important dans la géométrie annulaire que dans la géométrie circulaire.

(iii) Profils de vitesse moyenne longitudinale

Aspiration symétrique. En l'absence d'aspiration, on vérifie que le profil de vitesse moyenne longitudinale est dissymétrique, le maximum étant décalé vers la

paroi du petit tube. Sous l'effet de l'aspiration, les profils évoluent notablement dans les zones proches des parois, mais on ne note pas d'évolution sensible dans la position du maximum de vitesse moyenne. En représentation u^+, y^+ , et en l'absence d'aspiration (Fig. 4), on peut noter que les profils relatifs à la paroi du petit tube et du grand tube sont pratiquement confondus, mis à part la zone du maximum de vitesse moyenne. Nous rappelons, toutefois, que ce résultat n'est pas toujours vérifié, puisqu'il dépend à la fois du nombre de Reynolds et du rapport des rayons [11, 12].

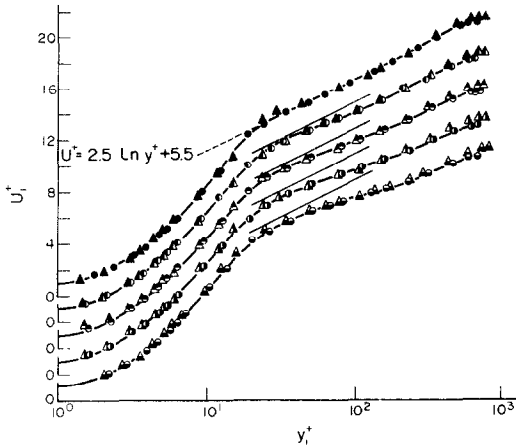


FIG. 4. Profils de vitesse moyenne, aspiration symétrique. $\circ, i = 1; \triangle, i = 2; \bullet, \blacktriangle, \bar{A} = 0; \ominus, \blacktriangle, \bar{A} = 8 \cdot 10^{-4}; \odot, \blacktriangle, \bar{A} = 14 \cdot 10^{-4}; \ominus, \blacktriangle, \bar{A} = 20 \cdot 10^{-4}; \odot, \blacktriangle, \bar{A} = 25 \cdot 10^{-4}$.

Dans la zone inertielle, les profils sont en accord avec l'expression de Nikuradse ($u^+ = 2,5 \ln y^+ + 5,5$); sous l'effet de l'aspiration, les profils s'écartent d'autant plus du profil universel que le taux d'aspiration est élevé.

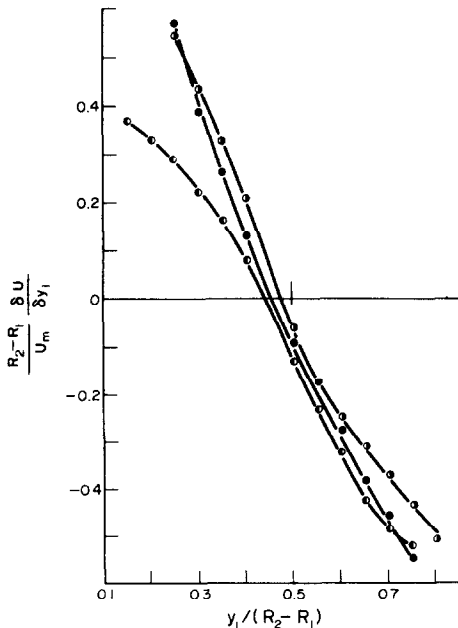


FIG. 5. Influence de l'aspiration dissymétrique. $\bullet, \bar{A} = 0; \ominus, \bar{A}_1 = 10 \cdot 10^{-4}, \bar{A}_2 = 34 \cdot 10^{-4} (\bar{A} = 25 \cdot 10^{-4}); \odot, \bar{A}_1 = 50 \cdot 10^{-4}, \bar{A}_2 = 10 \cdot 10^{-4} (\bar{A} = 25 \cdot 10^{-4})$.

Ce résultat classique correspond à une augmentation de la vitesse de frottement à la paroi due à la déviation de la quantité de mouvement, dont il est nécessaire de tenir compte comme on le verra par la suite.

Aspiration dissymétrique. Pour les vitesses d'aspiration les plus dissymétriques, nous avons noté une évolution dans la position du maximum de vitesse moyenne de part et d'autre de celle déterminée en l'absence d'aspiration. Cette évolution est mise en évidence sur la Fig. 5 qui représente les valeurs de $(R_2 - R_1/u_m)(\partial u/\partial y_1)$, en fonction de $y_1/(R_2 - R_1)$, obtenues par dérivation graphique des profils de vitesse moyenne. En représentation u^+, y^+ , dans la zone inertielle, on a noté que la pente du profil relatif à l'une des parois ne dépendait que du taux d'aspiration appliqué sur cette paroi, dans la mesure où ces taux d'aspiration ne sont pas trop élevés ($\bar{A}_i \leq 33 \cdot 10^{-4}$) [8]. Ce résultat confirme celui obtenu pour l'évolution des coefficients de frottement sous l'effet de l'aspiration. Il semblerait que les écoulements relatifs au petit tube et au grand tube soient pratiquement indépendants l'un de l'autre dans la configuration étudiée.

Loi de paroi. Considérons l'écoulement de paroi; l'équation de quantité de mouvement s'écrit en négligeant l'évolution longitudinale:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\bar{u}\bar{v} + \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - \overline{u'v'} \right) \right\} - \frac{r}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = 0. \quad (10)$$

On admet, généralement, que la vitesse moyenne radiale est pratiquement constante [2], égale à la vitesse d'aspiration à la paroi. D'autre part, on posera $r = R_1 + y$ avec $y \ll R_1$. Dans la zone inertielle, le frottement visqueux est négligeable devant le frottement turbulent. On néglige aussi, comme il est d'usage, le terme de pression en remarquant, d'ailleurs, que cette approximation est meilleure dans le cas de l'aspiration puisque, en particulier, il existe un taux d'aspiration pour lequel $\partial P/\partial x = 0$ [8]. On introduit, alors, l'expression dite de la longueur de mélange de Prandtl $-\overline{u'v'} = l^2(\partial \bar{u}/\partial y)|\partial \bar{u}/\partial y|$ où $l = ky$. L'équation de quantité de mouvement (10) se réduit à:

$$k^2 y^{+2} \left(\frac{\partial u^+}{\partial y^+} \right)^2 + A^+ u^+ = 1 \text{ avec } A^+ = \frac{V}{u_t}. \quad (11)$$

Les solutions de cette équation ont été abondamment discutées [3]. Une solution de forme analogue à celle proposée par Simpson *et al.* est utilisée ici [5]. On suppose que tous les profils passent par un point fixe de coordonnées u_t^+, y_t^+ appartenant au profil universel de Nikuradse; on définit alors une constante C_0 telle que $C_0 = u_t^+ - (1/k) \ln y_t^+ = 5,5$. On intègre l'équation (11) en choisissant le point u_t^+, y_t^+ comme borne inférieure d'intégration. Dans ces conditions, la solution analytique, dont le premier membre par définition est la pseudovitesse, s'écrit:

$$\frac{2}{A^+} [1 - (1 - A^+ u^+)^{1/2}] = \frac{1}{k} \ln y^+ + \varphi(A^+) \quad (12)$$

$$\varphi(A^+) = C_0 + \frac{2}{A^+} [1 - (1 - A^+ u_t^+)^{1/2}] - u_t^+. \quad (13)$$

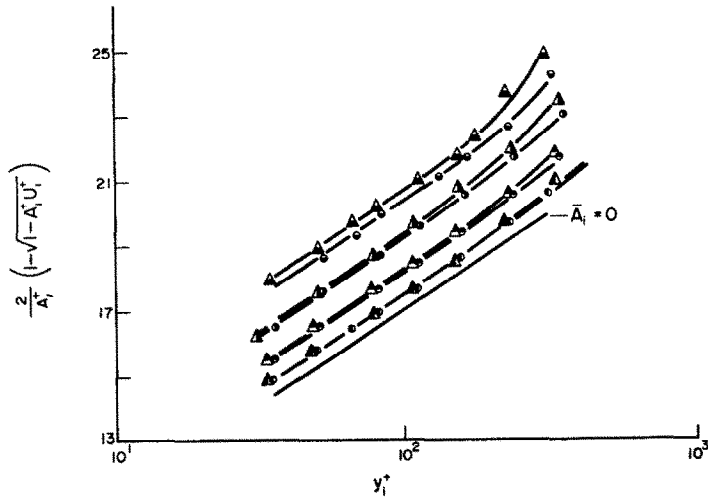


FIG. 6. Loi de paroi, aspiration symétrique. O, $i = 1$; Δ , $i = 2$. (voir légende de la Fig. 4).

Quand A^+ tend vers 0, on retrouve l'équation du profil universel. La Fig. 6 présente l'évolution de la pseudovitesse pour des aspirations symétriques. Les valeurs de u_1^+ et y_1^+ qui, dans notre cas, donnent le meilleur ajustement, sont : $u_1^+ = 13,5$ et $y_1^+ = 25$. Dans le cas du mode d'aspiration dissymétrique, la représentation de Simpson est encore valable lorsque les taux d'aspiration \bar{A} restent inférieurs à $33 \cdot 10^{-4}$.

(iv) Position du maximum de vitesse moyenne en l'absence d'aspiration

Dans l'introduction nous avons signalés l'intérêt de disposer d'une relation empirique décrivant la position du maximum en fonction du rapport des rayons. En l'absence d'aspiration, on considère que le mouvement est invariant aux translations longitudinales. L'équation (2) s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial r} r \overline{u'v'} = -\frac{r}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_0 + \nu \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right). \quad (14)$$

R_{m0} étant la position du maximum de vitesse moyenne, on intègre cette équation en deux parties, r étant compris entre R_{m0} et R_2 , puis r compris entre R_1 et R_{m0} . En tenant compte des définitions des tensions de frottement τ_{0i} à la paroi, on trouve :

$$R_{m0} \leq r \leq R_2$$

$$2R_2 \tau_{02} = -(R_2^2 - R_{m0}^2) \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_0 + 2R_{m0} \rho (\overline{u'v'})_{R_{m0}} \quad (15)$$

$$R_1 \leq r \leq R_{m0}$$

$$2R_1 \tau_{01} = -(R_{m0}^2 - R_1^2) \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_0 - 2R_{m0} \rho (\overline{u'v'})_{R_{m0}}. \quad (16)$$

Le rapport des équations (15) et (16) donne :

$$\frac{\tau_{02}}{\tau_{01}} = \frac{Cf_{02}}{Cf_{01}}$$

$$= \left(\frac{R_1}{R_2} \right) \frac{-(R_2^2 - R_{m0}^2) \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_0 + 2R_{m0} \rho (\overline{u'v'})_{R_{m0}}}{-(R_{m0}^2 - R_1^2) \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_0 - 2R_{m0} \rho (\overline{u'v'})_{R_{m0}}}. \quad (17)$$

En fait, si on se réfère aux résultats de Lawn *et al.* [13].

obtenus pour plusieurs rapports de rayons [$0,088 \leq (R_1/R_2) \leq 0,396$], on constate que la diffusion turbulente reste faible à la position du maximum de vitesse moyenne. Dans ces conditions, on peut, en première approximation, négliger la valeur de $(\overline{u'v'})_{R_{m0}}$, la relation (17) se réduisant à :

$$\frac{Cf_{02}}{Cf_{01}} \neq \frac{R_1}{R_2} \frac{R_2^2 - R_{m0}^2}{R_2^2 - R_1^2}. \quad (18)$$

Dans le cas d'un écoulement laminaire pleinement établi, l'expression (18) est rigoureuse. La valeur de $(R_{m0})_{lam.}$ peut être elle-même calculée à partir de la solution en fluide visqueux :

$$(R_{m0})_{lam.}^2 = \frac{R_2^2 - R_1^2}{2 \ln(R_2/R_1)}.$$

Pour la configuration étudiée, on trouve

$$(Cf_{02}/Cf_{01})_{lam.} = 0,84.$$

Dans le cas d'un écoulement turbulent, les mesures ont donné $(Cf_{02}/Cf_{01})_{turb.} = 0,94$. Les valeurs les plus dissymétriques entre les coefficients de frottement relatifs à chaque paroi apparaissent évidemment dans le cas laminaire. La diffusion de la quantité de mouvement par la turbulence tend à diminuer l'écart entre les valeurs des coefficients de frottement sur les parois opposées: ceci se traduit par le déplacement de la position du maximum de vitesse moyenne vers la paroi du petit tube. A la limite, on pourrait supposer que la turbulence agit de façon si intense qu'elle égalise les coefficients de frottement. Dans ce cas, le rapport Cf_{02}/Cf_{01} tendrait vers 1, et le rayon correspondant au maximum de vitesse moyenne tendrait vers la valeur limite $(R_{m0})_{lim.} = (R_1 R_2)^{1/2}$. La Fig. 7 présente, en fonction de $\hat{r} = (R_1/R_2)$, les valeurs expérimentales de R_{m0}/R_2 obtenues par différents auteurs; ces valeurs se trouvent comprises entre celles de $(R_{m0}/R_2)_{lam.}$ et $\sqrt{\hat{r}}$. Cette remarque nous a conduits à représenter la variation du rapport $(R_{m0}/R_2)_{turb.}$ comme la moyenne géométrique des deux autres rapports, soit :

$$\left(\frac{R_{m0}}{R_2} \right)_{turb.} = \left(\frac{R_{m0}}{R_2} \right)_{lim.} \left(\frac{R_{m0}}{R_2} \right)_{lam.}$$

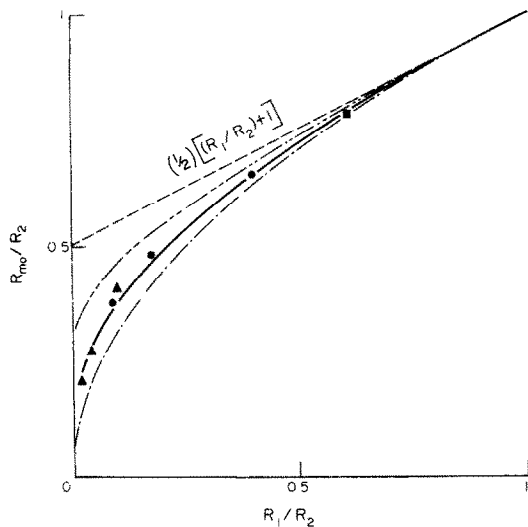


FIG. 7. Position du maximum de vitesse moyenne. ●, Lawn *et al.*; ▲, Rheme; ■, I.M.S.T. ——— laminaire, ——— limite, ——— moyenne géométrique.

Cette dernière relation peut s'écrire sous une forme plus générale, après avoir explicité $(R_{m0}/R_2)_{lim.}$ et $(R_{m0}/R_2)_{lam.}$ en fonction de \hat{r} :

$$\left(\frac{R_{m0}}{R_2}\right)^2 = (\hat{r})^m \left[\frac{\hat{r}^2 - 1}{2 \ln \hat{r}}\right]^{1-m}$$

où $m = 0$ pour le cas laminaire, $m = \frac{1}{2}$ pour le cas turbulent, et $m = 1$ pour le cas limite.

Pour $m = 1/2$, la relation ci-dessus donne pratiquement les mêmes valeurs numériques que l'expression proposée par Kays *et al.* [14] pour une large gamme de nombres de Reynolds:

$$\left(\frac{R_{m0}}{R_2}\right) = \frac{\hat{r}^{0,343} + \hat{r}}{1 + \hat{r}^{0,343}}$$

6. CONCLUSIONS

Une étude expérimentale d'un écoulement turbulent dans une conduite annulaire avec aspiration aux parois a été effectuée. Deux types d'aspiration ont été considérés: l'un à vitesses d'aspiration égales pour des débits globaux variables d'air aspiré (aspiration symétrique), l'autre à vitesses d'aspiration variables pour un débit global d'air aspiré constant (aspiration dissymétrique).

Les résultats principaux sont les suivants:

(i) Le coefficient de frottement et le profil de vitesse moyenne dans la zone interne, relatifs à chaque paroi de la maquette, évoluent sous l'effet de l'aspiration indépendamment du taux d'aspiration appliqué sur la paroi opposée.

(ii) Les coefficients de frottement en conduite cylindrique augmentent relativement moins sous l'effet de

l'aspiration dans le cas d'une section annulaire que dans le cas d'une section circulaire.

(iii) Dans la région inertielle de l'écoulement, relative à chaque paroi, la pseudovitesse

$$\frac{2}{A^+} [1 - (1 - A^+ u^+)^{1/2}]$$

est représentée correctement par une expression analytique qui diffère d'une constante de celle proposée par Simpson *et al.* pour la paroi plane.

(iv) En l'absence d'aspiration, les profils de vitesse moyenne longitudinale sont plus dissymétriques dans le cas d'un écoulement turbulent que dans celui d'un écoulement laminaire, ceci correspond à l'action de la turbulence qui tend à égaliser les coefficients de frottement sur les parois opposées.

Remerciements—Cette recherche a été effectuée dans le cadre d'un contrat C.E.A.-I.M.S.T. Les auteurs remercient Mr ASTIER pour sa participation technique.

BIOGRAPHIE

1. A. Favre, R. Dumas et E. Verollet, Couche limite sur paroi plane poreuse avec aspiration, Xè Congrès Int. de Mécan. Appli., Stresa, sept. 1960, P.S.T. N° 377 (1961).
2. E. Verollet, L. Fulachier et I. Dekeyser, Etude phénoménologique d'une couche limite turbulente avec aspiration et chauffage à la paroi, *Int. J. Heat Mass Transfer* 20(2), 107-112 (1977).
3. L. Fulachier, E. Verollet et I. Dekeyser, Résultats expérimentaux concernant une couche limite turbulente avec aspiration et chauffage à la paroi, *Int. J. Heat Mass Transfer* 20(7), 731-739 (1977).
4. A. Favre, R. Dumas, E. Verollet et M. Coantic, Couche limite turbulente sur paroi poreuse avec aspiration, *J. Méc.* 5 (1), 3-28 (1966).
5. R. L. Simpson, D. G. Whitten et R. S. Moffat, An experimental study of the turbulent Prandtl number of air with injection and suction, *Int. J. Heat Mass Transfer* 13, 125-143 (1970).
6. K. Hanjalic et B. E. Launder, A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows, *J. Fluid Mech.* 52, 609 (1972).
7. H. Burnage, Contribution à l'étude de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique à paroi poreuse, Thèse 3è cycle. I.M.S.T., P.S.T. No. 114 (1962).
8. M. P. Chauve, Etude d'un écoulement turbulent en conduite annulaire. Effet de l'aspiration aux parois, Thèse 3è cycle I.M.S.T. (1976).
9. J. A. Brighton et J. B. Jones, Fully developed turbulent flow in annuli, *J. Bas. Engng* 86D, 835 (1964).
10. A. Verdier, Ecoulement en régime lisse et rugueux avec aspiration pariétale à l'intérieur d'un tube, Thèse Dr. Ing. I.M.S.T. (1970).
11. A. Quarmby, An experimental study of turbulent flow through concentric annuli, *Int. J. Mech. Sci.* 9, 205 (1967).
12. K. Rheme, Turbulent flow in smooth concentric annuli with small radius ratios, *J. Fluid Mech.* 64 (2), 263 (1974).
13. C. J. Lawn et C. J. Elliott, Fully developed turbulent flow in an annulus. Central Electricity Generating Board, RD/B/N 1878 (1971).
14. W. M. Kays et E. Y. Leung, Heat transfer in annular passage, *Int. J. Heat Mass Transfer* 6, 573 (1963).

TURBULENT FLOW THROUGH AN ANNULAR CONDUIT
WITH SUCTION AT THE WALLS

Abstract—The effect of suction on a turbulent flow through a cylindrical conduit of annular section is investigated experimentally. The author presents the pattern of evolution of the mean longitudinal velocity profiles and of the coefficients of friction at the walls. The “pseudo-velocity” is correctly represented by an expression proposed by Simpson *et al.* The wall flows, relating to the small tube and the large tube, can be considered to be virtually independent of each other for the suction magnitudes used. The author also proposes an empirical relation which gives the position of the maximum mean velocity as a function of the ratio of the radii in the absence of suction.

TURBULENTE RINGSTRÖMUNG MIT ABSAUGUNG AN DEN WÄNDEN

Zusammenfassung—Es wird der Einfluß der Absaugung auf eine turbulente Ringströmung experimentell untersucht. Für das Längsgeschwindigkeitsprofil und die Wandreibungskoeffizienten werden Ausdrücke hergeleitet. Die “Pseudogeschwindigkeit” wird durch einen von Simpson u.a. vorgeschlagenen Ausdruck korrekt wiedergegeben. Die Wandströmungen am kleinen Innenrohr und am großen Außenrohr können bei den verwendeten Absaugraten als unabhängig voneinander angesehen werden. Außerdem wird eine empirische Beziehung angegeben, welche für den Fall ohne Absaugung die mittlere maximale Geschwindigkeit in Abhängigkeit des Radienverhältnisses angibt.

ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ
ПРИ НАЛИЧИИ ОТСОСА НА СТЕНКЕ

Аннотация — Экспериментально исследуется влияние отсоса на турбулентное течение жидкости в цилиндрическом кольцевом канале. Представлена картина изменения значений средней продольной скорости и коэффициента трения на стенке. Виртуальная скорость описывается с помощью выражения, предложенного Симпсоном и др. Пристенные течения, примыкающие к поверхностям внутренней и внешней труб, могут рассматриваться не зависящими одно от другого в рассмотренном диапазоне скоростей отсоса.